

ANÁLISE DOS TIPOS DE PROVAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

ANÁLISIS DE LOS TIPOS DE PRUEBAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE 1º CURSO DE BACHILLERATO

ANALYSIS OF TYPES OF FIRST YEAR HIGH SCHOOL STUDENTS ON MATHEMATICAL PROOFS

¹Anderson de Araújo Nascimento

Mestre em Ensino de Ciências e Matemática. Professor da Educação Básica 3 D II. Universidade Estadual da Paraíba – UEPB - Campina Grande – Paraíba

²Kátia Maria de Medeiros

Doutora em Educação, Docente Titular da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande – Paraíba – UEPB

³Abigail Fregni Lins

PhD em Educação Matemática, Docente Titular da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB - Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande – Paraíba – UEPB

***Contato do autor principal:**

anderson_mat@hotmail.com

Endereço: Rua João Machado, 500 - Apartamento 203 CEP: 58.397-000, Areia -Paraíba

ANÁLISE DOS TIPOS DE PROVAS MATEMÁTICAS DE ALUNOS DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

ANÁLISIS DE LOS TIPOS DE PRUEBAS MATEMÁTICAS DE ESTUDIANTES DE 1º CURSO DE BACHILLERATO

ANALYSIS OF TYPES OF FIRST YEAR HIGH SCHOOL STUDENTS ON MATHEMATICAL PROOFS

¹Anderson de Araújo Nascimento; ²Kátia Maria de Medeiros; ³Abigail Fregni Lins

RESUMO

Nossa pesquisa investigou os tipos de provas matemáticas de alunos do 1º ano do Ensino Médio por meio da aplicação de uma Proposta Didática. Escolhemos o tema provas e demonstrações matemáticas por percebermos, diante da revisão da literatura, que há uma lacuna sobre este tema nas aulas de Matemática na Educação Básica. Para este capítulo escolhemos a dupla de alunos que obteve melhor desempenho em nossa Proposta Didática e analisamos as respostas dadas pela dupla nas Atividades 1 e 3 item (d) (Parte II). A partir da análise dos nossos dados pudemos concluir que a dupla de alunos pôde ser classificada no tipo de prova *Empirismo Ingênuo* proposto por Balacheff (1987) considerada uma prova ingênua, informal, com destaque para a verificação de alguns casos e consequente afirmação da verdade de uma proposição. Em vista disso, entendemos ser importante o trabalho com as provas e demonstrações matemáticas em sala de aula, contribuindo para que o aluno adquira o hábito de explicar seus resultados matemáticos, por meio de hipóteses verificadas e certificadas como verdadeiras com o objetivo de formá-lo um cidadão crítico e capaz de defender suas ideias, não apenas matematicamente como também socialmente.

Palavras-Chave: Educação Matemática. Geometria Plana. Provas e Demonstrações matemáticas. Projeto em Rede CAPES OBEDUC UFMS/UEPB/UFAL.

ABSTRACT

Our research work investigated the types of 1st year of high school students on mathematical proofs mathematics from the application of a didactic proposal. We chose the theme proofs and mathematical statements as we perceived after realized a review of the literature a gap on this theme in basic mathematics education classes. For this article, we selected two pairs of students who improve their performance in our didactic proposal. We analyzed the responses given by the pair in the Activities 1 and 3 item (d) (Parte II). From the analysis of our data we could conclude that the pair of students is defined in the type of *naive empiricism* proof proposed by Balacheff (1987), as considered a naive informal test highlighting the verification of some cases and consequent truth of a proposal. In view of this, we believe that it is important to work with proofs and mathematical demonstrations in the classroom, helping the student to get the habit of explaining his mathematical results through hypotheses verified and certified as true in order to form on him or her a critical citizenship and to be able to defend his or her ideas, not only mathematically but also socially.

Keywords: Mathematics Education; Plane Geometry; Mathematical proofs and demonstrations; CAPES OBEDUC UFMS/UEPB/UFAL Network Project.

RESUMEN

Nuestra investigación investigó los tipos de pruebas matemáticas de los estudiantes de 1er año de secundaria mediante la aplicación de una Propuesta Didáctica. Elegimos el tema de las demostraciones y pruebas matemáticas porque nos dimos cuenta, a la luz de la revisión de la literatura, que existe una brecha sobre este tema en las clases de Matemáticas en Educación Básica. Para este capítulo, seleccionamos a la pareja de estudiantes que logró el mejor desempeño en nuestra Propuesta Didáctica y analizamos las respuestas dadas por la pareja en las Actividades 1 y 3 ítem (d) (Parte II). Del análisis de nuestros datos podríamos concluir que la pareja de estudiantes podría clasificarse en el tipo de prueba *Empirismo ingenuo* propuesto por Balacheff (1987) considerada una prueba ingenua, informal, con énfasis en la verificación de algunos casos y la consiguiente afirmación de la verdad de una proposición.

Ante esto, creemos que es importante trabajar con las pruebas y demostraciones matemáticas en el aula, contribuyendo a que el alumno adquiriera el hábito de explicar sus resultados matemáticos, a través de hipótesis verificadas y certificadas como verdaderas para formarlo. ciudadano crítico y capaz de defender sus ideas, no solo matemáticamente sino también socialmente.

Palabras-clave: Educación Matemática. Geometría plana. Pruebas y demostraciones matemáticas. Proyecto Red CAPES OBEDUC UFMS / UEPB / UFAL.

INTRODUÇÃO

Este artigo diz respeito a um recorte de uma pesquisa de mestrado realizada no PPGCEM (UEPB) entre os anos de 2015 e 2017, orientada por Dra. Kátia Maria de Medeiros e desenvolvida a partir do trabalho da equipe *Provas e Demonstrações Matemáticas*, cujo autor fez parte do núcleo UEPB do Projeto em Rede OBEDUC/CAPES com as instituições Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e Universidade Federal de Alagoas (UFAL), sendo o Núcleo UEPB coordenado pela pesquisadora Dra. Abigail Fregni Lins, o qual teve como objetivo investigar o nível do pensamento geométrico e os tipos de provas matemáticas de alunos do 1º Ano do Ensino Médio a partir da aplicação de uma *Proposta Didática* (NASCIMENTO, 2017).

Escolhemos o tema *Provas e Demonstrações matemáticas* por percebemos, diante da revisão da literatura, que há uma lacuna sobre este tema nas aulas de Matemática na Educação Básica como mencionam Almouloud (2007) e Nasser e Tinoco (2003).

Por pesquisas feitas pela equipe *Provas e Demonstrações matemáticas*, identificamos que os alunos não foram capazes de explicar, definir ou argumentar matematicamente os métodos utilizados para resolver as atividades que envolviam Função do 2º grau e Triângulos (SANTOS, 2014a e SANTOS, 2014b).

Com o intuito de tornar nosso aluno um cidadão crítico, como menciona os PCN (BRASIL, 1998), vê-se no tema provas e demonstrações matemáticas um caminho que possa levar os alunos a justificar suas posições, resultados, ideias, pontos de vista e levantar hipóteses. Situações essas que podem tornar acessíveis o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno e sua independência intelectual em nossa sociedade.

Nas sessões que seguem, apresentamos a fundamentação teórica, com provas e demonstrações matemáticas, procurando focar estas na Escola Básica. Na Metodologia, de cunho qualitativo, utilizamos o estudo de caso, como fundamentação teórica para realização da coleta dos dados. Elaboramos uma *Proposta Didática* como alternativa metodológica e fonte de evidências para os estudos de caso. Nos resultados e discussões apresentamos e debatemos os resultados esperados e os resultados obtidos, pelas duplas investigadas. Por fim,

apresentamos as nossas considerações finais.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Provas e demonstrações matemáticas

Inúmeros professores de Matemática em seus processos de ensino preferem levar os alunos a aprender um determinado assunto por meio da memorização das definições, propriedades e teoremas sem o devido esclarecimento conceitual, experiência essa que compromete a análise da matemática como área investigativa eliminando assim a chance do aluno de pensar matematicamente (ALMOULOU, 2000, p. 3). Não diferente acontece com o ensino de Geometria quando se é ensinado.

Dreyfus (1991) traz em sua pesquisa que um dos objetivos fundamentais dos professores de Matemática sempre foi o do entendimento, ao invés de saber ou está apto a fazer algo. Pois, para ele entender é uma ação continuada que acontece na mente do aluno e pode ser até um *insight*, mas geralmente é fundamentado numa sequência de atividades de aprendizagem em que ocorre a integração de diversos processos mentais.

Com relação ao tema provas e demonstrações matemáticas no Ensino Básico, as pesquisas em desenvolvimento no Brasil indicam que são pouco ensinadas nas aulas de Matemática na Educação Básica (ALMOULOU, 2007; NASSER e TINOCO, 2003). Ainda segundo esses autores, os professores de Matemática da Educação Básica não ensinam este conteúdo por considerarem pouco importante e complexo para o aluno aprender.

Os estudos apresentados em nível do currículo realizado mostram que a maior parte dos estudantes, em todos os países, desde os níveis mais básicos até o nível superior, usam estratégias demonstrativas empíricas (CHAZAN e LUEKE, 2009; HEALY e HOYLES, 2000; RECIO e GODINO, 2001; RODRIGUES, 2008).

Para o desenvolvimento do raciocínio lógico dedutivo presente em uma demonstração, é importante que o professor compreenda e aceite diversos níveis de argumentação que os alunos possam a vir a apresentar para provar um dado resultado, compreender a relação dos elementos cognitivos com a faixa etária do educando e os conhecimentos adquiridos até a presente fase escolar. Por isso, muitos Educadores Matemáticos assumem uma postura de afastamento quanto à exigência ou dependência extrema de provas rigorosas em Matemática, dando ênfase na concepção de prova como argumento convincente. Diante do exposto o papel do professor ao explicar uma prova matemática é mostrar ao educando que provar um resultado matemático é validar a declaração feita, a partir de hipóteses verificadas e certificadas como

verdadeiras. Ensinar por meio de uma prova consiste em mostrar ao educando a validade da declaração feita, exibindo as etapas do processo dedutivo, para assim desenvolver no educando o raciocínio lógico-dedutivo e com isto possibilitar a construção de habilidades e competências, com aquelas registradas nos PCN's (AGUILAR e NASSER, 2014).

O conceito de provas e demonstrações pode ser encontrado como palavras sinônimas na literatura como abordam os matemáticos da academia, em particular as pesquisas de Pietropaolo (2005) e De Villiers (2001) consideram provas e demonstrações matemáticas palavras com o mesmo significado. Ou apresentar diferença como defende Harel e Sowder (2007) ao definirem esquema demonstrativo de uma pessoa e Balacheff (1987) ao apresentar tipos de provas que ajudam na análise das respostas dadas pelos alunos. Balacheff (1987) diferencia as palavras 'explicar', 'provar' e 'demonstrar' embora reconheça que os termos 'provar' e 'demonstrar' sejam sinônimos para os matemáticos. Ambos Harel e Sowder (2007) e Balacheff (1987) apresentam vários níveis de prova baseados em estudos empíricos que mostraram as maneiras de como os alunos comprovam os seus resultados matemáticos. Para nossa pesquisa iremos adotar as distinções entre os termos explicar, provar e demonstrar propostas por Balacheff:

Chamamos **explicação** um discurso que visa tornar compreensível o caráter de verdade, adquirido pelo locutor de uma proposição ou de um resultado. As razões podem ser discutidas, recusadas ou aceitas.

Chamamos **prova** uma explicação aceita por uma comunidade em um determinado momento. Essa decisão pode ser objeto de um debate entre a significação e a exigência de determinar um sistema de validação comum aos interlocutores.

Entre as provas, certamente há uma em particular, elas são uma sequência de enunciados seguindo regras determinadas: um enunciado é conhecido como sendo verdadeiro, ou bem é obtido a partir daqueles que lhe precedem com o auxílio de uma regra de dedução tomada de um conjunto de regras bem definidas. Chamamos **demonstração** essas provas.

Nós reservamos a palavra **raciocínio** para designar a atividade intelectual, na maior parte do tempo não explícita e manipulação de informações para, a partir de dados, produzir novas informações. (BALACHEFF, 1987, p. 147- 148)

Sabemos que, na visão dos matemáticos da academia, a prova formal é a maneira pela qual se valida um resultado matemático. No entanto, encontramos pesquisadores como Gila Hanna do Canadá, e Nicholas Ballacheff da França, que consideram a prova ingênua ou informal como uma explicação aceitável, que pode apresentar vários níveis de rigorosidade, dependendo da idade e do ano de escolaridade do aluno que expõe a prova (NASSER e TINOCO, 2003).

Um aspecto importante que as pesquisas mostram quando são propostas atividades que requerem dos alunos do Ensino Básico que justifiquem suas respostas é a preferência por provas ingênuas, informais, com destaque para aquelas que recorrem a exemplos, aplicação de técnicas operacionais, fórmulas e procedimentos utilizados sem o devido entendimento conceitual

(AGUILAR e NASSER, 2012).

Diante disso, Balacheff (1987) traz-nos alguns tipos de provas que ajudam na análise das respostas dadas pelos alunos:

- *Empirismo ingênuo*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação de alguns casos. É considerado o primeiro passo no processo de generalização;
- *Experimento Crucial*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a verificação para um caso especial, geralmente não familiar;
- *Exemplo Genérico*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição após a manipulação de alguns exemplos de modo a deixá-los com uma característica que representa uma classe de objetos;
- *Experimento de pensamento*: Consiste em afirmar a verdade de uma proposição de forma genérica, porém baseada no estudo de alguns casos específicos. (BALACHEFF,1987)

Para esse autor, os quatro tipos de provas apresentados encontram-se entre as provas pragmáticas e provas intelectuais:

- A prova pragmática é hipotecada pela singularidade do acontecimento que a constitui, é preciso aceitar seu caráter genérico. Ela é, além disso, tributária de um contingente material: ferramentas imprecisas, defeitos de funcionamento;

- A prova intelectual mobiliza uma significação contra outra, uma pertinência contra outra, uma racionalidade contra outra (BALACHEFF, 1987, p. 157).

Assim, o empirismo ingênuo e o experimento crucial se enquadram na prova pragmática, e o experimento de pensamento na prova intelectual. O exemplo genérico pode ser enquadrado nos dois, pois, “consiste na explicação das razões que validam uma propriedade que encerra uma generalidade, mesmo fazendo uso de um representante particular” (GRAVINA, 2001, p.67).

Portanto, para nossa análise dos dados, consideraremos os quatro tipos de provas propostos por Balacheff (1987) por classificarem justificativas empíricas e formais, as quais retratam melhor o perfil dos tipos de provas predominantes em pesquisas brasileiras quando são propostas atividades que requerem dos alunos do Ensino Básico que justifiquem suas respostas.

METODOLOGIA

Em nossa pesquisa utilizamos Yin (2015) como referência para o estudo de caso, Marconi e Lakatos (2011) e Bogdan e Biklen (2013) como fundamentação teórica para realização da coleta dos dados com métodos qualitativos. Isto é, elaborou-se uma *Proposta Didática* composta por treze questões divididas em três partes. A primeira parte composta de oito questões abordando o Teorema de Pitágoras, a segunda de três questões abordando o

Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo qualquer, e a terceira de duas questões envolvendo o Teorema do Ângulo Externo de um triângulo qualquer. Para esse capítulo utilizaremos a Atividades 1 e 3 item (d) da segunda parte da *Proposta Didática*.

A *Proposta Didática* foi aplicada no dia 17 de junho de 2015 em uma Escola Pública Estadual da cidade de Areia, Paraíba, em uma turma do 1º Ano do Ensino Médio da Educação Básica, com 19 alunos divididos em oito duplas e um trio.

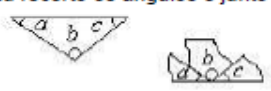
Para nossa análise neste artigo escolhemos a dupla que obteve melhor desempenho na *Proposta Didática*. No estudo de caso da dupla Aline e Tamara trazemos a análise da categoria de os tipos de provas, segundo Balacheff (1987), apontados pela Proposta Didática. Ou seja, diante das respostas dadas as atividades classificamos a dupla segundo os tipos de provas proposto por Balacheff (1987). A seguir apresentamos a primeira e terceira atividade item (d) da segunda parte da *Proposta Didática*.

Atividade 1, Parte II,

Figura1: Atividade 1 (Parte II)

Resposta de Amanda

Eu recorto os ângulos e junto os três.



Eu obtenho uma linha reta que é 180° .
 Eu tentei para um triângulo equilátero e também para um isósceles e a mesma coisa acontece.
 Então Amanda diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Dario

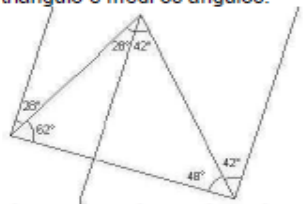
Eu medi cuidadosamente os ângulos de alguns triângulos e fiz uma tabela.

| a | b | c | total |
|-----|----|-----|-------|
| 110 | 34 | 36 | 180 |
| 95 | 43 | 42 | 180 |
| 35 | 72 | 73 | 180 |
| 10 | 27 | 143 | 180 |

Em todos eles a soma foi de 180° .
 Então Dario diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Hélia


Eu desenhei três retas perpendiculares a um lado do triângulo e medi os ângulos.



$(90^\circ - 28^\circ) + 28^\circ + 42^\circ + (90^\circ - 42^\circ) = 180^\circ$
 Então Hélia diz que a afirmação é verdadeira

Resposta de Cíntia

Eu desenhei uma reta paralela à base do triângulo:




| Afirmações | Justificativa |
|-------------------------------|--|
| $p = s$ | Ângulos alternos internos duas paralelas são iguais. |
| $q = t$ | Ângulos alternos internos duas paralelas são iguais. |
| $p + q + r = 180^\circ$ | Ângulos numa linha reta. |
| Logo $s + t + r = 180^\circ$ | |

Então Cíntia diz que a afirmação é verdadeira.

Resposta de Edu

Se você caminhar por toda volta sobre a linha do triângulo e terminar olhando o caminho por onde começou, você deve ter girado um total de 360° . Você pode ver que cada ângulo externo quando somado ao ângulo interno deve dar 180° porque eles formam uma reta. Isso faz um total de 540° . $540^\circ - 360^\circ = 180^\circ$.



Então Edu diz que a afirmação é verdadeira.

Fonte: adaptado da questão G1 do AProvaMe

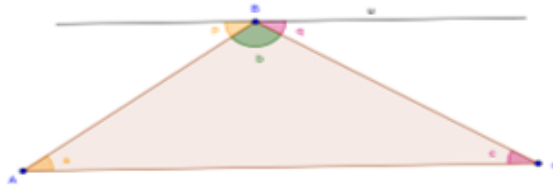
- a) Das respostas acima, escolham uma que é a mais parecida com a resposta que vocês dariam se tivessem que resolver esta questão. Justifiquem sua escolha.
- b) Das respostas acima, escolham aquela para a qual vocês acham que seu professor daria a melhor nota. Justifiquem sua escolha.

Objetivo: que os alunos selecionassem qual dos tipos de provas propostos por Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu, elas dariam caso tivessem que provar se a afirmação é verdadeira.

Atividade 3 item (d), Parte II,

Figura 2: Atividade 3 item (d) (Parte II)

(3) (nossa autoria) Seja um triângulo ABC qualquer com ângulos internos a , b e c . A figura abaixo ilustra uma construção geométrica que auxilia na demonstração da propriedade de que “em todo triângulo a soma dos ângulos internos é 180° ”:



a) Como são chamados os elementos geométricos representados por u , B , a e \overline{AC} ?

b) Vocês conseguem identificar alguma propriedade na figura. Qual (is)?

c) Coloquem em ordem, de 1 a 5, as frases abaixo a fim de obter a demonstração do teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo:

- () $p + b + q = 180^\circ$
- () Seja um triângulo ABC qualquer e nomeamos seus ângulos internos como a , b e c
- () $p = a$ e $q = c$, pois, são ângulos alternos internos
- () Pelo vértice B, traçamos uma reta paralela ao lado \overline{AC} obtendo \hat{p} e \hat{q}
- () Conclusão: $a + b + c = 180^\circ$.

d) Demonstrem de outra maneira que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Fonte: Proposta Didática

Objetivos:

- d) Que os alunos consigam demonstrar o teorema da soma dos ângulos internos de um triângulo de maneira diferente da proposta anteriormente.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para classificarmos a dupla Aline e Tamara segundo os tipos de provas proposto por Balacheff (1987) analisamos as respostas apresentadas pela dupla na atividade 1 (Parte II) e atividade 3 item (d), (Parte II) em nossa *Proposta Didática*.

Resultados Esperados: Com essa atividade pretendemos que os alunos selecionassem qual dos tipos de provas propostos por Amanda, Dario, Hélia, Cíntia e Edu, elas dariam caso tivessem que provar se a afirmação é verdadeira.

Dessa forma:

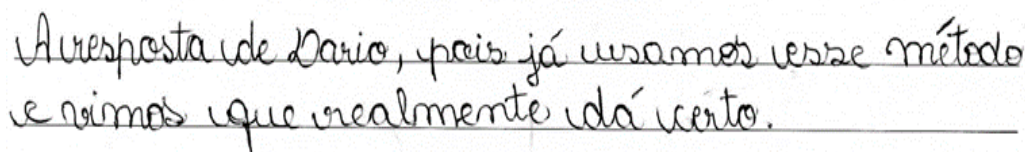
- Prova de Amanda: é uma resposta do tipo Empirismo Ingênuo (Prova Pragmática);
- Prova de Dario: é uma resposta do tipo Empirismo Ingênuo (forma mais rudimentar de uma prova Pragmática);
- Prova de Hélia: é uma resposta do tipo Experimento Crucial (Prova Pragmática)
- Prova de Cíntia: é uma resposta do tipo Experimento de Pensamento (Prova Intelectual);
- Prova de Edu: é uma resposta do tipo Exemplo Genérico (transita entre a Prova Pragmática e a Intelectual).

Atividade 1 (Parte II)

Resultados Obtidos:

Figura 3: Resposta do item (a) da Atividade 1 (Parte II) (ver figura 1)

a) Das respostas acima, escolham uma que é a mais parecida com a resposta que vocês dariam se tivessem que resolver esta questão. Justifiquem sua escolha.



A resposta de Dario, pois já usamos esse método e vimos que realmente dá certo.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

A dupla Aline e Tamara respondeu de acordo com a resposta de Dario, o qual, mediu os ângulos dos triângulos e percebeu ao somar essas medidas que sempre obteria o valor de 180° , como consequência concluiu que valia para qualquer triângulo. Desta maneira o tipo de prova que a dupla utilizou foi o *Empirismo Ingênuo*, segundo Balacheff (1987).

No item b, pedimos que: Das respostas acima, escolham aquela para a qual vocês acham que seu professor daria a melhor nota. Justifique sua escolha.

Figura 4: Resposta do item b da Atividade 1 (Parte II) (ver figura 1)

A resposta de Edu, porque é mais complexa e de uma lógica mais avançada e bem elaborada.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

No entendimento da dupla a opção pela resposta de Edu seria a mais elaborada para um professor responder, no entanto é um tipo de prova que transita entre a prova pragmática e a Intelectual, o *Exemplo Genérico* segundo Balacheff (1987).

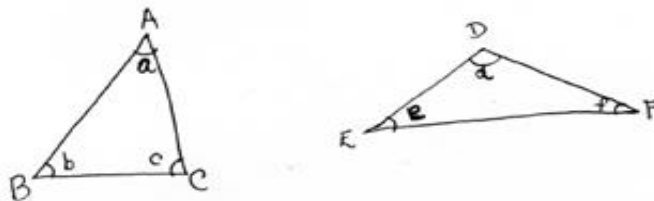
Atividade 3 item (d), (Parte II)

Resultado Esperado: Que a dupla demonstre de uma maneira diferente o Teorema da Soma dos Ângulos Internos de um Triângulo. Neste item os alunos estão livres para provar da maneira que pensarem correto.

Resultado Obtido:

Figura 5: Resposta do item d da Atividade 3 (Parte II) (ver figura 2)

d) *Demonstrem de outra maneira que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180°.*
Se compararmos a soma dos ângulos internos de vários triângulos poderemos ver que todos serão 180°. E proporcionalmente, se ~~observarmos~~ observarmos os triângulos abaixo pode concluir que:



+ Se ~~o~~ o triângulo ABC for modificado para o triângulo DEF, o vértice A aumentará o tamanho do ângulo e consequentemente os outros dois diminuirão.
+ Portanto, os ângulos mudarão, mas sua soma será a mesma.

Fonte: Proposta Didática resolvida pela dupla Aline e Tamara

Percebemos pela resolução da dupla, que eles utilizaram o fato de sempre ao medirmos os ângulos de um triângulo e depois somarmos obteremos 180°.

Parece-nos que os alunos imaginaram utilizar um aplicativo de Geometria Dinâmica ou

o Geoplano para modificar o triângulo e conseqüentemente os seus ângulos internos.

Essa explicação de que a soma da medida dos ângulos internos de um triângulo é 180° foi uma maneira de justificar, por meio da análise de alguns casos particulares que sua validade pode ser generalizada para todos os triângulos. Balacheff, (1987) classifica essa maneira de justificar de *Empirismo Ingênuo*. Vale salientar que esse nível de justificativa dada pela dupla é considerado por Balacheff, (1987) como o primeiro passo no processo de generalização.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo tivemos o objetivo de classificar a dupla Aline e Tamara segundo os tipos de provas proposto por Balacheff (1987). Para tanto, escolhemos as **Atividade 1 e 3 (Parte II) item (d)** da Proposta Didática.

Ao analisarmos os tipos de provas utilizadas pela dupla para resolver a atividade 1 (Parte II) e atividade 3 item d (Parte II) da *Proposta Didática* os resultados mostraram que a dupla utilizou das provas pragmáticas para justificar suas ideias a respeito das atividades propostas, as quais se enquadram em dois tipos de provas, segundo Balacheff (1987): o *Empirismo Ingênuo*, definido por Balacheff (1987), o qual essas alunas utilizaram casos particulares para conjecturar uma afirmação, esse tipo de prova esteve presente nas Atividades: 1 (Parte II) item (a) e 3 (Parte II) item (d). O outro tipo de prova, o *Exemplo Gerérico*, definido por Balacheff (1987), esteve presente na Atividade 1 (Parte II) item (b) e foi escolhido pela dupla entre outras por pensarem ser um tipo de prova intelectual.

Nossos resultados apontam que a dupla Aline e Tamara justificaram suas respostas por meio do tipo de prova *Empirismo Ingênuo* proposto por Balacheff (1987), considerada uma prova ingênua, informal, com destaque para a verificação de alguns casos e afirmar a verdade de uma proposição. Esse tipo de justificativa pragmática é retratado em outras pesquisas, como os estudos apresentados em nível do currículo realizado mostraram que a maior parte dos estudantes, em todos os países, desde os níveis mais básicos até o nível superior, usa estratégias demonstrativas empíricas (CHAZAN & LUEKE, 2009; HEALY & HOYLES, 2000; RECIO & GODINO, 2001; RODRIGUES, 2008). Por isso é importante, principalmente na Educação Básica, valorizar as justificativas dadas pelos alunos quando tentam validar suas ideias a respeito de uma afirmação. Assim, comungamos do mesmo pensamento que Aguilar e Nasser (2014) ao afirmar que o professor deve compreender e aceitar diversos níveis de argumentação que os alunos possam a vir a apresentar para provar um dado resultado, como também compreender a relação dos elementos cognitivos.

Em vista disso, entendemos ser importante o trabalho com as provas e demonstrações matemáticas em sala de aula com o aluno, desde os Anos Iniciais, com conteúdos e metodologias adequadas à sua faixa etária, contribuindo para que o aluno adquira o hábito de explicar seus resultados matemáticos por meio de hipóteses verificadas e certificadas como verdadeiras. Assim, conseguiremos formá-lo um cidadão crítico e capaz de defender suas ideias, não apenas matematicamente como também socialmente.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à Central de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de mestrado, no âmbito do Projeto em Rede do Programa Observatório da Educação, OBEDUC/CAPES, com as instituições Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e Universidade Federal de Alagoas (UFAL).

REFERÊNCIAS

- AGUILAR JUNIOR, C. A., NASSER, L. **Analisando justificativas e Argumentação Matemática de Alunos do Ensino Fundamental**. Vidya. v. 32, nº 2, p. 133-147, 2012.
- AGUILAR JUNIOR, C. A., NASSER, L. **Estudo sobre a visão do professor em relação à argumentação e prova matemática na escola**. BOLEMA, Rio Claro (SP), v.28, n. 50, p. 1012-1031, dez. 2014.
- ALMOULOUD, S., MELLO, E. G. S. **Iniciação à Demonstração Apreendendo conceitos geométricos**. Caxambu, 2000. In: 23ª Reunião Anual da Anped, anais... Caxambu.
- ALMOULOUD, S. **Prova e demonstração em matemática: problemática de seus processos de ensino e aprendizagem**. Grupo de Educação Matemática GT 19, 2007.
- ANDRADE e SARAIVA. **Educação e Matemática, Revista da Associação de Professores de Matemática**. Número 96, páginas 2-6, Fevereiro 2008.
- BALACHEFF, N. **Processus de Preuve et Situations de Validation**. In: Education Studies in Mathematics. n. 18. p. 147-176, 1987.
- BOGDAN, R. e BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução a teoria e aos métodos**. Porto: Porto Editora, p. 336, 2013.
- BRASIL. Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CHAZAN, D., & LUEKE, M. **Exploring relationships between disciplinary knowledge**

and school mathematics: Implications for understanding the place of reasoning and proof in school mathematics. In: D. Stylianou, M. Blanton e E. Knuth (Eds.), Teaching and learning proof across the grades: A K-16 perspective (pp. 21-39). New York: Routledge, 2009.

DE VILLIERS, M. **Papel e funções da demonstração nos trabalhos com o sketchpad.** *Educação e Matemática*, n. 63, p. 31-36, jun. 2001. *Educação Matemática* nº 63 Maio/junho de 2001. (Versão traduzida do artigo “The role and function of proof in mathematics”, *Pythagoras*, Nov. 1990, 24, 17-24).

DREYFUS, T. *Advanced Mathematical Thinking Process*. p. 25-41, 1991. In: TALL, D. **Advanced Mathematical Thinking**, Dordrecht-Boston-Lodon: Kluwer Academic Publishers.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de Geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo.** Porto Alegre, 2001. Tese de doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

HAREL, G., e SOWDER, L. **Toward comprehensive perspectives on the learning and teaching of proof.** In F. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.805-842), 2007. Charlotte: Information Age Publishing Inc., & NCTM.

HEALY, L., & HOYLES, C. **A study of proof conceptions in algebra.** *Journal for Research in Mathematics Education*, 31 (4), p. 396-428, 2000.

MARCONI, M. A. & LAKATOS, E. M. **Metodologia Científica**, Editora Atlas, 6ª ed., p. 314, 2011.

NASCIMENTO, A. A. **Análise dos tipos de provas matemáticas e pensamento geométrico de alunos do 1º ano do Ensino Médio.** 164 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, Campina Grande, 2017.

NASSER, L e TINOCO, L.A. **Argumentação e provas no ensino da matemática.** 2ª ed. Rio de Janeiro, 2003. UFRJ/Projeto Fundação.

RECIO, A., & GOLDINO, J. **Institutional and personal meanings of mathematical proof.** *Educational Studies in Mathematics*, 48(1), 83-99, 2001.

RODRIGUES, M. **A demonstração na prática social da aula de Matemática** (Tese de Doutorado, Universidade de Lisboa). Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2008.

PIETROPAOLO, R. C. **(RE) significar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores de Matemática.** São Paulo, PUC-SP, 2005. 388 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC – SP, São Paulo, Brasil.

SANTOS, M. C., et al. **Função Polinomial do 2º grau: Um estudo do Potencial Argumentativo Matemático dos alunos do 3º ano do Ensino Médio, 2014a.** In: **Congresso Nacional de Educação**, CONEDU, 18 a 20 de setembro de 2014. Campina Grande – PB.

SANTOS, M. C., et al. Conhecimentos matemáticos: até que ponto os alunos do último ano da educação básica conseguem argumentar sobre triângulos? 2014b. In: VIII **Encontro Paraibano de Educação Matemática** – EPBEM, 27 a 29 de Novembro de 2014, Campina Grande – PB.

YIN, R. K. **Estudo de caso: planejamento e métodos**. 5^a ed. Porto Alegre: Brookman, p. 320, 2015.

Submetido em: 12.10.2020

Aceito em: 30.11.2020

Publicado em: 31.12.2020