

**CADEIAS DE MARKOV APLICADO A RUÍNA DO  
JOGADOR COMO ARGUMENTO CONTRA APOSTAS**

**CADENAS DE MARKOV APLICADAS A LA RUINA  
DEL JUGADOR COMO ARGUMENTO EN CONTRA  
DE LAS APUESTAS**

**MARKOV CHAINS APPLIED TO THE GAMBLER'S  
RUIN AS AN ARGUMENT AGAINST GAMBLING**

DOI: <https://doi.org/10.31692/2595-2498.v8i1.248>

**KAUANA RODRIGUES DA SILVA**

Graduanda em Licenciatura em Matemática, IFPI, [caang.2024119lmat0001@aluno.ifpi.edu.br](mailto:caang.2024119lmat0001@aluno.ifpi.edu.br)

**SAMUEL VITOR ALVES DA ROCHA**

Graduando em Licenciatura em Matemática, IFPI, [caang.2024119lmat0018@aluno.ifpi.edu.br](mailto:caang.2024119lmat0018@aluno.ifpi.edu.br)

**EDEM ASSUNÇÃO BAIMA NETO**

Mestre em Matemática, IFPI, [edem.baima@ifpi.edu.br](mailto:edem.baima@ifpi.edu.br)

**HILQUIAS SANTOS DE OLIVEIRA**

Mestre em Matemática, IFPI, [hilquias.santos@ifpi.edu.br](mailto:hilquias.santos@ifpi.edu.br)

## RESUMO

O presente artigo tem como objetivo investigar, usando como ferramenta argumentativa as cadeias de Markov, a probabilidade de ruína do jogador em jogos de azar, tomando como base o jogo "Fortune Tiger". A análise parte do questionamento sobre a viabilidade de estratégias de apostas e propõe uma abordagem matemática, a fim de mostrar como as chances envolvidas levam o jogador à ruína, independente do estilo de aposta. Temos por base teórica o uso das cadeias de Markov, um modelo probabilístico que permite analisar processos estocásticos de forma a identificar a transição entre estados possíveis, como vitórias e derrotas consecutivas em um jogo. Neste caso, olhamos em especial para uma aplicação no problema adaptado da ruína do jogador, que é frequentemente discutido no campo da teoria dos jogos e probabilidade. A metodologia consiste em aplicar o problema da ruína com dados probabilísticos extraídos através de medições no jogo em questão, e comparar o resultado com simulações numéricas feitas em python, usando como critério de análise a transição de estados no decorrer do jogo em duas situações diferentes, a saber, no caso em que a banca possui mais dinheiro que o apostador, e no caso em que apostador e banca possuem valores iguais. Os resultados confirmam a hipótese de que, independente do estilo ou estratégia de aposta, o jogador enfrenta uma probabilidade alta de ruína a medida que o número de jogadas aumenta. Tais resultados fortalecem o argumento contra a viabilidade dos jogos de aposta, destacando a inevitabilidade da perda, mesmo em cenários onde o jogador adota estratégias conservadoras.

**Palavras-chave:** Cadeias de Markov; Ruína do jogador; Fortune Tiger; Matrizes; Modelagem.

## RESUMEN

El presente artículo tiene como objetivo investigar, utilizando como herramienta argumentativa las cadenas de Markov, la probabilidad de ruina del jugador en juegos de azar, tomando como base el juego "Fortune Tiger". El análisis parte del cuestionamiento sobre la viabilidad de las estrategias de apuestas y propone un enfoque matemático para mostrar cómo las probabilidades involucradas llevan al jugador a la ruina, independientemente del estilo de apuesta. Nuestra base teórica es el uso de las cadenas de Markov, un modelo probabilístico que permite analizar procesos estocásticos para identificar la transición entre estados posibles, como victorias y derrotas consecutivas en un juego. En este caso, nos centramos especialmente en una aplicación del problema adaptado de la ruina del jugador, que es frecuentemente discutido en el campo de la teoría de juegos y probabilidad. La metodología consiste en aplicar el problema de la ruina con datos probabilísticos extraídos a través de mediciones en el juego en cuestión, y comparar los resultados con simulaciones numéricas realizadas en Python, utilizando

como criterio de análisis la transición de estados a lo largo del juego en dos situaciones diferentes, a saber, en el caso en que la banca tiene más dinero que el apostador, y en el caso en que el apostador y la banca poseen valores iguales. Los resultados confirman la hipótesis de que, independientemente del estilo o estrategia de apuesta, el jugador enfrenta una alta probabilidad de ruina a medida que aumenta el número de jugadas. Estos resultados refuerzan el argumento en contra de la viabilidad de los juegos de azar, destacando la inevitabilidad de la pérdida, incluso en escenarios donde el jugador adopta estrategias conservadoras.

**Palabras clave:** Cadenas de Markov; Ruina del jugador; Fortune Tiger; Matrizes; Modelado.

## ABSTRACT

The present article aims to investigate, using Markov chains as an argumentative tool, the probability of player ruin in gambling, based on the game "Fortune Tiger." The analysis begins by questioning the viability of betting strategies and proposes a mathematical approach to show how the odds involved lead the player to

ruin, regardless of the betting style. Our theoretical basis relies on the use of Markov chains, a probabilistic model that allows the analysis of stochastic processes in order to identify the transition between possible states, such as consecutive wins and losses in a game. In this case, we focus specifically on an application to the adapted problem of the gambler's ruin, which is frequently discussed in game theory and probability. The methodology consists of applying the ruin problem with probabilistic data extracted through measurements from the game in question and comparing the results with numerical simulations performed in Python, using as an analysis criterion the

state transitions throughout the game in two different situations: first, when the house has more money than the player, and second, when the player and the house have equal amounts of money. The results confirm the hypothesis that, regardless of the betting style or strategy, the player faces a high probability of ruin as the number of plays increases. These findings strengthen the argument against the viability of gambling, highlighting the inevitability of loss, even in scenarios where the player adopts conservative strategies.

**Keywords:** Markov Chains; Gambler's Ruin; Fortune Tiger; Array; Modeling.

## INTRODUÇÃO

Existe uma frase bem conhecida que diz que “a loteria é um imposto para quem não sabe matemática”. Brincadeiras à parte, um espírito crítico fundamentado em conceitos matemáticos parece ser inexistente ante a quantidade de pessoas que tem perdido dinheiro em apostas atualmente. Se faz necessário a comunicação sobre as consequências do desejo de obter lucro através de jogos de azar.

Desta feita, o presente artigo tem por objetivo investigar a probabilidade de ruína de um jogador no jogo “Fortune Tiger”, independente da estratégia, utilizando como ferramenta investigativa as cadeias de Markov. Digitais influencers, atletas, times de futebol, mídias tem propagado, mesmo que com ressalvas sobre o lúdico que advém das apostas. O momento em que vivemos, o processo de legalização de sites de apostas com finalidade de arrecadação tributária e transparência quanto às empresas de apostas, requer um estudo mais aprofundado sobre os benefícios e prejuízos de ações institucionais neste sentido, a fim de mensurar os impactos não somente tributários, mas também sociais.

Para isto, fazemos um levantamento dos estudos feitos sobre jogos patológicos, e sua relação com as recentes ações do governo; apresentamos a fundamentação teórica matemática necessária para compreensão das ruína do jogador, e aplicamos o modelo e o replicamos em um ambiente computacional.

Os resultados mostram que o argumento contra a viabilidade de apostas de longo prazo é fortalecido pelo argumento das cadeias de markov, em diferentes cenários. O estudo busca ampliar a discussão sobre a inevitabilidade da perda em jogos de azar, mesmo em cenários onde o jogador adota comportamentos conservadores.

## FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Na história do Brasil, em distintas épocas, os jogos de azar estão presentes e são inerentes ao brasileiro. O jogo mais intrínseco na sua cultura é o “jogo do bicho”, criado em 1892 pelo barão João Batista Viana Drummond, fundador do Jardim Zoológico no Rio de Janeiro, com o fito de atrair o público para o zoológico diante das dificuldades financeiras enfrentadas na época, sendo caracterizado por apostas em números que simbolizavam 25 animais do zoológico. No entanto, diante da sua popularização a nível nacional, essa prática é dita como ilegal segundo o artigo 58 da Lei de Contravenções Penais nº Lei 3688 (Brasil, 1941).

A priori, destaca-se que há inúmeros conceitos e pensamentos diferentes a respeito dos jogos de azar. A Lei de Contravenções Penais nº Lei 3.688 considera jogos de azar sendo “O jogo em que o ganho e a perda dependem exclusiva ou principalmente da sorte ( Brasil, 1941).

Consoante a essa definição, o jogo de azar limita-se a depender somente de eventos aleatórios, em que não precisa de habilidades ou estratégias do jogador (Duarte, 2006). Dessa maneira, com base nas definições citadas, pode-se entender que o fator predominante do jogo de azar é a sorte, logo, nota-se que a imprevisibilidade aplicada nessa atividade seduz as pessoas a jogar, pois as mesmas agarram-se na ilusão da sorte em jogo para “mudar de vida” e obterem lucro “fácil”, pois independe da interferência do jogador no resultado.

No entanto, na dissertação defendida por Andrade (2017), a definição de jogo de azar contrapõe o aspecto do acaso como determinante de um resultado possível:

Os jogos de azar são aqueles em que a probabilidade de vitória é menor que a probabilidade de derrota. Esses tipos de jogos não dependem de sorte ou azar e nem somente das habilidades do jogador, mas de uma realidade que foi produzida baseada em probabilidade matemática. [...] Considera-se também como jogos de azar aqueles que envolvem apostas e dinheiro, pois a probabilidade inferior de vitória leva o jogador ao prejuízo (ANDRADE, 2017, p. 14).

De maneira geral, o jogo de azar está relacionado ao fato do jogador poder apostar um determinado valor sob um jogo específico, onde pode ganhar ou perder. Os principais jogos de apostas são os caça-níqueis, jogos de loterias, jogos de cartas, roletas e apostas esportivas.

A sociedade está em constante evolução, principalmente no que concerne a tecnologia. Com o advento da Internet, houve um crescimento expressivo no mercado de apostas online, chamadas de bets, no Brasil, o que facilitou o rápido acesso às plataformas digitais. Além disso, por estar inserida no mundo virtual, o lucro obtido nas apostas é feito de maneira rápida, tornando ainda mais atrativa as apostas online para as pessoas.

As principais apostas nesse mundo digital são as apostas esportivas e cassinos online, como o “jogo do tigrinho”. As apostas esportivas são caracterizadas pelo palpite do jogador

acerca de um determinado evento esportivo, assim, é apostado um valor que, em caso de acerto, gera lucro, ao contrário, perda do valor inicial de aposta (HUBÁČEK, ŠOUREK, ŽELEZNÝ 2019 *apud* GUSMÃO 2024). Destacam-se as casas de apostas dessa modalidade: Betano, Bet365, Sportingbet e SuperBet.

Segundo Antunes (2024) em relação ao jogo de casino mais popular do Brasil, devido à sua propagação midiática e o alto número de pessoas vítimas de golpes feitos nesse jogo:

No meio digital o Fortune Tiger, popularmente nomeado como Jogo do Tigrinho, é um Jogo de azar, caracterizado como uma espécie de caça-níquel onde as máquinas têm um design característico com rolos (também chamados de bobinas) que exibem diversos símbolos, como números, letras ou ícones temáticos. O jogador insere moedas, fichas ou créditos, gira os rolos e espera que os símbolos se alinhem de maneira específica nas chamadas linhas de pagamento. Se os símbolos correspondentes se alinharem de acordo com as regras do jogo, o jogador ganha um prêmio (Antunes, 2024, p. 13).

Nos últimos anos, as apostas esportivas e cassinos online têm ganhado um papel de destaque nos veículos de comunicação, como a televisão, internet, anúncios pagos em sites e nas mídias digitais, devido ao crescente e significativo números de apostadores nas plataformas de jogos de azar. Tal cenário traz consigo a necessidade de debater acerca dos prejuízos que o vício em apostas acarreta na vida das pessoas.

Conforme Omais (2009) “os jogos de azar seduzem milhares de pessoas através do lúdico combinado à sorte, bem como ao prazer associado à probabilidade de ‘ganhar’”. Nesse sentido, devido à visão de entretenimento que a sociedade tem dos jogos de azar, ainda é escassa a disseminação de informações a respeito das consequências à saúde que essa prática provoca nos indivíduos, uma vez que, a partir do momento em que o jogador começa a apostar de maneira compulsiva, ficará sujeito a desenvolver problemas de caráter psíquicos, como a patologia nomeada de jogo patológico.

A priori, de acordo com Carvalho *et al.* (2005) tem-se a definição de jogo patológico:

“Jogo patológico” pode ser definido como comportamento recorrente de apostar em jogos de azar apesar de consequências negativas decorrentes dessa atividade. O indivíduo perde o domínio sobre o jogo, tornando-se incapaz de controlar o tempo e o dinheiro gasto, mesmo quando está perdendo (Carvalho *et al.*, 2005, p. 218).

Ademais, Gross (1968 *apud* ANDRADE, 2017), afirma que “existem três fatores que estimulam as pessoas a jogar: o lucro das apostas, o desafio e as emoções.” Acrescentado a esse pensamento, atualmente no Brasil, há um quarto fator responsável por induzir as pessoas à essa prática: os influenciadores digitais no meio midiático. Os influenciadores devido ao seu poder de alcance nas mídias sociais, promovem os jogos de cassinos online através da publicidade paga; conteúdos visuais em tempo real; dicas de como jogar para obter lucro;

anúncios em suas redes sociais, bem como a divulgação dos seus “luxos” proporcionados por esse tipo de jogo para estimularem a participação do seu público no mercado virtual de apostas (ANTUNES, 2024).

Antunes (2024) ainda comenta sobre a responsabilidade dos influenciadores digitais na promoção de jogos de apostas online:

Embora os influenciadores digitais tenham um poder persuasivo mediante aos seus seguidores/consumidores, e por isso possuem responsabilidades civis quando promovem jogos de azar na internet, na prática a responsabilização efetiva não ocorre de maneira satisfatória, até porque ainda não há jurisprudência sobre o assunto (Antunes, 2024, p. 15).

Desse modo, com base nesses autores, entende-se que a condição de viciado em apostar não acontece de maneira rápida, e sim, decorre de repetidos e compulsivos comportamentos do jogador dentro dos jogos de azar, desencadeados pela excitação de querer mais ganhos financeiros, bem como a necessidade de sentir novamente o prazer proporcionado pela gratificação, mesmo com eventuais perdas, ele não consegue parar de jogar. Logo, o indivíduo entra em um ciclo vicioso que, tende, em maior escala, progredir para o desenvolvimento do jogo patológico.

De acordo com o Manual Diagnóstico e Estatísticos de Transtornos Mentais, DMS – 5 (2014), os critérios empregados para diagnosticar o jogo patológico no jogador são: o desejo de apostar altas quantias para obtenção ganhos maiores; inquietação e estresse; esforços recorrentes e sem êxito para estar sob o controle do jogo ou parar de jogar; preocupação frequente acerca de apostas passadas e planejamentos de futuros valores para apostar; sentimentos de angústia, ansiedade, tristeza e impotência diante do jogo; desejo de recuperar quantias perdidas em apostas anteriores; comportamento mentiroso sobre sua relação com os jogos de apostas; perda de relacionamentos, ingerência financeiras, profissionais e educacionais; necessidade das pessoas para obter dinheiro para saldar prejuízos financeiros, o que acaba por gerar inúmeras consequências negativas para o indivíduo inserido nesse contexto.

Ademais, no contexto hodierno brasileiro, a falta de uma legislação precisa acerca da prática de jogos de apostas online faz com que a sociedade permaneça exposta aos malefícios que essa modalidade acomete a quem joga, resultando em um número maior de vítimas. Segundo Mateus Rodrigues e Hamanda Viana (2024) pelo portal de notícias G1, divulgaram que “Estudo do Banco Central indicou uso de recursos do programa social em sites de apostas [...] Estima-se que, em agosto de 2024, 5 milhões de pessoas pertencentes a famílias beneficiárias do Bolsa Família (PBF) enviaram R\$3 bilhões às empresas de apostas, diz o BC.”

Diante do exposto, o Governo Federal decidiu restringir meios de pagamentos que envolvam esse programa social em apostas virtuais a fim de proteger as pessoas que estão em situação de vulnerabilidade socioeconômica, A esse respeito, Menezes (2023) pondera que a migração dos jogos de azar/apostas para o mercado virtual implica em uma criação de um projeto de lei eficiente, pois a população carece de informações legais sobre o tema, o que provoca, sobretudo, “a exposição irrestrita ao vício”.

### ANDREY MARKOV

Alguns resultados da matemática são tão reluzentes, que só são ofuscados pela história do seu criador. Talvez, aqui tenhamos este caso. A história de alguém que não levou em consideração o peso do seu nome, construído por anos, para interferir nos rumos do futuro. Quem olha a grandeza das cadeias de Markov, ou até mesmo as contribuições deste no cálculo, teoria das probabilidades, frações contínuas, não imagina as dificuldades enfrentadas por Andrei Andreyevich Markov, que chamaremos de Markov a partir daqui.

Apesar de não ter problemas financeiros na sua infância - a mãe, Nadezhda Petrovna era filha de um funcionário público, e o pai, Andrei Grigorievich Markov era escriturário. O'Connor (2006) destaca a saúde debilitada não só de Markov, a tal ponto que até os dez anos, este ainda precisava usar muletas para andar, mas também a de seu irmão que faleceu aos 25 anos. Não se sabe exatamente como e porquê, mas fato é que ainda na infância, Markov adquiriu gosto pela rainha das ciências.

De modo desbalanceado, apesar de ruim em outras disciplinas da formação básica, ele era excepcional em matemática. Segundo o site Academia Lab, "Ele frequentou a St. Petersburg Grammar School, onde alguns professores o viam como um aluno rebelde. Em seus estudos, ele teve um desempenho ruim na maioria das disciplinas além da matemática" (ACADEMIA LAB, s.d.), em contrapartida, sua atuação na matemática era excepcional. Ele escreveu um artigo ainda no ginásio sobre equações diferenciais ordinárias, que apesar de não ser inovador, lhe levou a conhecer professores universitários e seu caminho intelectual foi direcionado desde então. Ele passa a ser orientado de Chebyshev que “frequentemente encorajava uma atmosfera de pesquisa ao propor novas questões e problemas para seus alunos investigarem.” O'Connor (2006).

Markov é simplesmente brilhante em todos os seus trabalhos, prova disso é a sua premiação por seu ensaio que relacionava a solução de equações diferenciais, objeto de pesquisa desde a sua infância, com frações contínuas, campo de estudo de Chebyshev. Sobre a sua tese, O'Connor *apud* Delone (2006) escreve:

Este trabalho, muito estimado por Chebyshev, representa uma das melhores realizações da escola de teoria dos números de São Petersburgo, e talvez até mesmo de toda a matemática russa. Basta lembrar os tipos de questões no campo da aproximação racional que naquela época preocupavam os teóricos dos números mais proeminentes da França e da Alemanha, para apreciar o quanto mais profundamente no campo Markov havia penetrado. Portanto, talvez não seja surpreendente que, embora a dissertação tenha sido publicada imediatamente ( em francês no *Mathematische Annalen* ), ela não tenha sido geralmente absorvida pelos matemáticos da Europa Ocidental, até que, de 1910 a 1920 , os matemáticos de Berlim Frobenius e Remak tentaram dominar o conjunto de ideias contidas no trabalho de Markov. (O'Connor *apud* Delone 2006)

Sua atuação docente é profundamente marcada pelo amor à docência. Ele se torna professor na Universidade de São Petersburgo em a partir de 1886 e se aposenta formalmente em 1905. Entretanto, continua a lecionar até o fim da sua vida. Alguns fatos marcam sua trajetória neste sentido, que devem ser trazidos à tona. Já antes de 1905, a Rússia passava por instabilidades e insatisfação com o czar. Em 1903, Lênin escreve uma carta, incitando os estudantes a participarem da revolução, desenvolvendo o pensamento proletário, ao invés do pensamento “livre” desejado pelos bolcheviques, pois serve aos interesses da mentalidade burguesa, segundo o pensamento de Lênin (Teoria e Revolução). Uma vez inflamados, tem-se uma onda de revolta que culmina no Domingo sangrento, em 9 de janeiro de 1905, quando vários cidadãos que foram ao palácio do czar foram mortos pela guarda imperial. (Ascher, 1988).

A partir daí, o governo obriga todos os professores e conferencistas a espionarem seus alunos. Não fica claro nas leituras bibliográficas sobre Markov, seu espectro ideológico, mas podemos afirmar que ele era um defensor voraz do pensamento livre. Segundo a (ACADEMIA LAB), “Markov recusou-se a aceitar este decreto e escreveu uma explicação na qual se recusava a ser um "agente da governança". Markov foi afastado de suas funções de professor na Universidade de São Petersburgo e, portanto, decidiu se aposentar da universidade.” Enquanto a dinastia celebra seus 300 anos de poder, Markov promove a celebração dos 200 anos da Lei dos grandes números, teorema fundamental da teoria geral das probabilidades, mostrando seu apreço pelo conhecimento ante a soberba. e em 1917, quando explode uma nova revolução, ele solicita que seja enviado para Zaraysk, uma cidade pequena e interiorana, e vai ensinar gratuitamente no secundário, equivalente ao nosso ensino médio. Ele ainda voltou anos mais tarde para São Petersburgo para aproveitar os anos finais da sua vida, talvez com maior conforto, e fazendo o que amava: lecionando. Em 20 de julho de 1922, aos 66 anos de idade, mas com um legado que perdurará.

## PROBABILIDADE

Para compreendermos melhor a ruína do jogador, se faz necessário a revisão de alguns conceitos em probabilidade. Usaremos como base Lima (2013). Chamaremos de espaço amostral o conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória. Representaremos o espaço amostral por  $S$  e só vamos considerar aqui caso de  $S$  ser finito ou infinito enumerável. Os subconjuntos de  $S$  serão chamados de eventos. Diremos que um evento ocorre quando o resultado da experiência pertence ao evento.

Lima (2013, p.122) define probabilidade como uma função que associa a cada evento  $A$  um número  $P(A)$  de forma que:

- i) Para todo evento  $A$ ,  $0 \leq P(A) \leq 1$
- ii)  $P(S) = 1$
- iii) Se  $A$  e  $B$  são eventos mutuamente excludentes, isto é, eventos que não podem ocorrer simultaneamente ( $A \cap B = \emptyset$ ), então  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

Dois conceitos importantes para a nossa pesquisa são o conceito de modelos equiprobabilísticos e modelos frequenciais. Consideremos o primeiro caso. Se temos  $n$  elementos no espaço amostral e queremos que todos os eventos unitários tenham a mesma probabilidade, devemos atribuir a cada evento unitário a probabilidade  $1/n$ . Não poderia ser de outra forma, pois, se  $S = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  e  $P(x_1) = P(x_2) = \dots = P(x_n) = k$ , temos por iii)

$$1 = P(S) = P\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = P(\{x_1\} \cup \{x_2\} \cup \dots \cup \{x_n\}) \quad (1)$$

$$= P(\{x_1\}) + P(\{x_2\}) + \dots + P(\{x_n\}) \quad (2)$$

$$= k + k + \dots + k = nk, \text{ donde } k = \frac{1}{n} \quad (3)$$

Podemos citar aqui, em teoria, um roleta que escolhe números. Cada número tem possibilidade igual de ser escolhido. Agora no caso de roletas individuais (que formam uma coluna) de jogos como o “fortune tiger”, nosso jogo patológico em estudo, temos que alguns elementos têm frequência maior que outros, pois existem repetições dos mesmos. A distribuição não é equitativa, e sim, frequencial. Cada roleta coluna possui sete elementos, dos quais um é coringa, mas não temos como saber a frequência de cada elemento, pois se trata de uma animação. Para calcularmos a probabilidade de 3 roletas conjuntas, consideramos os possíveis subconjuntos possíveis do nosso espaço amostral. Mais uma vez, uma vez que se trata de uma animação, e não um caça níquel real, não temos como realizar um cálculo preciso de probabilidades, a não ser usando a Lei dos grandes números, e determinando as probabilidades

através de um grande número de observações. Mas podemos colocar uma cota superior às probabilidades, usando o modelo equiprobabilístico. Neste caso, considerando que o resultado favorável pode aparecer de cinco modos possíveis (três linhas, e duas diagonais), e levando em conta que o conjunto de três iguais pode ser obtido pelo mesmo elemento (sete casos) ou usando um coringa e dois idênticos (seis casos) ou usando dois coringas e um diferente (seis casos), temos um total de dezenove formas vencedoras para uma linha ou diagonal, o que nos dá :

$$\text{Casos favoráveis } 19 \times 5 = 95 \quad (4)$$

Assim, como a tela apresenta três colunas com três elementos por coluna, e sem repetição de elementos por coluna, temos que a probabilidade é dada por:

$$P(A) = \frac{95}{210^3} = 0,00103\% \quad (5)$$

Entretanto, o jogo informa que possui uma RTP (return to player) de 96.81% (Slotozilla, 2024). Isto significa que, em média, e a longo prazo, a cada 100 dólares apostados, o jogador recupera R\$96,81. Mas isto é calculado, considerando apostas mínimas num valor mínimo de 10.000 rodadas, o que torna inviável a jogabilidade.

### CADEIAS DE MARKOV

Usaremos como base aqui a dissertação de Santos (2022) para as definições. Um Processo Estocástico  $\{X_t: t \in T\}$  é chamado Markoviano quando, para qualquer tempo  $t_1 < t_2 < \dots < t_n < t_{n+1}$ , a distribuição condicional de  $X_t$  para os valores dados de  $X_{t_0}, X_{t_1}, \dots, X_{t_n}, X_{t_{n+1}}$ , dependem somente de  $X_{t_n}$ . Em outras palavras:

$$P(X_{t+1} = j | X_0 = k_0, X_1 = k_1, \dots, X_{t-1} = k_{t-1}, X_t = i) = P(X_{t+1} = j | X_t = i) = p_{ij} \quad (6)$$

Desta feita, uma cadeia de Markov é um processo probabilístico que tem a propriedade Markoviana. A fim de delimitar nosso trabalho, trataremos os estados como sendo discretos, pois representam rodadas e a probabilidade das mudanças entre os estados como constantes, uma vez que cada rodada de aposta teria, em teoria, a mesma probabilidade, invariante ao tempo.

Dada uma cadeia de Markov com estados 1, 2, , N, podemos representar a probabilidade de transição do estado  $i$  para o estado  $j$  através de uma matriz  $P$ , cujos valores  $a_{ij}$  equivalem a probabilidade  $p_{ij}$  em (6). Chamamos esta matriz  $P$  de matriz de transição de probabilidade. Assim temos um importante resultado que nos mostra que, conforme Golmakani (2021, p.5), “Se  $P$  é a matriz de transição de uma cadeia de Markov, a  $ij$ -ésima entrada da matriz  $P^n$  nos dá a probabilidade de que a cadeia de Markov, a partir do estado  $s_i$ , esteja no estado  $s_j$ , após  $n$  passos.”

Podemos aplicar, a título de exemplo, num contexto esportivo. Considerando as nuances de um time de futebol, vitórias e derrotas afetam a moral do time para a próxima partida. Consideremos o modelo em Costa (2021, p.3):

Foram observados alguns dados do time de futebol Flamengo. Ele nunca empata dois jogos seguidos. Se ele empata, as probabilidades de ele ganhar ou perder o próximo jogo são iguais. Se a vitória ocorreu no jogo atual, com a empolgação, a probabilidade de ganhar ou empatar no próximo jogo é de  $1/2$  e  $1/4$ , respectivamente. Se a derrota vier no jogo atual, a probabilidade de ganhar na próxima partida diminui para  $1/4$  e a de perder novamente aumenta para  $1/2$ . (Costa 2021, p.3)

Podemos pensar na seguinte matriz de transição, onde as linhas e colunas seguem a ordem VITÓRIA, EMPATE, DERROTA:

(0,5 0,25 0,25 0,5 0 0,5 0,25 0,25 0,5 )

Fonte: Própria (2024)

Assim, calculando por exemplo  $P^6$ , e de posse do teorema, temos que a chance de uma vitória daqui a seis rodadas, partindo de uma derrota, é de 40%.

São várias as aplicações das cadeias de Markov. Boldrini (1980), nos fornece alguns exemplos, como por exemplo, na previsão do clima, onde temos a propriedade Markoviana aplicada aos estados. se hoje está nublado, as chances de chover num próximo estado são maiores; como já vimos, em esportes, podemos considerar cada jogo um estado e segue a cadeia de Markov nestes casos. Temos no ramo da biologia a consideração de genes dominantes e recessivos nas próximas gerações; na química, podemos destacar duas substâncias distintas em contato entre si, que trocam íons de sódio, em probabilidades e quantidades inerentes a cada meio, que nos permitem fazer a estimativa a longo prazo da quantidade de íons em cada substância. Avançando os estudos nas cadeias de Markov, chegamos nos passeios aleatórios, que são a base do movimento Browniano, que é de extrema importância nas ciências atualmente, por dar base sólida sobre movimentos aleatórios. O foco da nossa pesquisa versa sobre uma aplicação específica e passeios aleatórios, conhecida como ruína do jogador.

**METODOLOGIA**

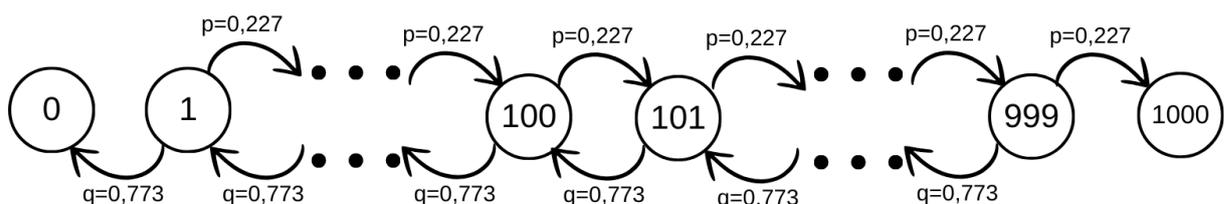
Na metodologia deste artigo, optamos por uma abordagem quantitativa, pois segundo Zanella (2006) o método quantitativo, é objetivo e visa desenvolver uma teoria, utilizando números como elementos básicos da análise e visando generalizações. O tipo de pesquisa é definido como análise de conteúdo, pois segundo Roesch (1999, p.156) “conta a frequência de um fenômeno e procura identificar relações entre os fenômenos, sendo que a interpretação dos dados se socorre de modelos conceituados definidos a priori”.

Em um primeiro momento, os autores observaram o funcionamento do jogo “fortune tiger”, a fim de determinar o espaço amostral, eventos favoráveis e suas respectivas probabilidades, considerando o caso de um modelo equiprobabilístico. Em seguida, os dados foram aplicados no modelo da ruína do jogador a fim de obter casos específicos e uma generalização do problema. A validação dos dados foi realizada por meio de uma simulação numérica modelando o comportamento do jogador e da banca. A análise dos dados coletados é fundamental para avaliar o risco de ruína associado a jogos de aposta.

**RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Utilizando uma versão demo, que dá R\$100.000,00 em bônus para jogo, os pesquisadores determinaram de maneira empírica as chances de ganho. em 100 rodadas, 21 foram ganhas. O experimento foi feito novamente e em 100 rodadas, 25 foram ganhas; e numa terceira experiência, novamente 21 rodadas foram ganhas. Neste caso, definiremos a porcentagem de vitória como sendo 22,7%, e conseqüentemente, a porcentagem de derrota a 77,3%. Iremos modelar e resolver o seguinte problema: Depositando 100 reais, com apostas constantes de 1 real, onde a cada vitória o jogador dobra o valor apostado (ganha +1 real), e a cada derrota ele perde o valor investido, queremos a probabilidade do jogador alcançar R\$1000,00.

Podemos esquematizar o problema no seguinte diagrama de estados:



Fonte: Própria (2024).

Algumas considerações devem ser feitas aqui. Em primeiro lugar, perceba que zero é um estado recorrente, pois não há direito para maximizar ganho. Da mesma forma, 1000 é um

estado recorrente, pois o objetivo foi alcançado e o jogador pára. agora os estados de 1 a 999 são transientes, pois permitem a mudança de estado, seja avanço ou retrocesso. Considerando  $R_i$  a probabilidade de, começando com  $i$  reais, atingir 1000 reais, antes de 0, temos que  $R_0 = 0$ ,  $R_{1000} = 1$ , e

$$R_{100} = 0,227R_{101} + 0,773R_{99} \Rightarrow 0,227R_{100} + 0,773R_{100} = 0,227R_{101} + 0,773R_{99} \quad (7)$$

Segue que

$$R_{101} - R_{100} = \left(\frac{0,773}{0,227}\right)(R_{100} - R_{99}) = \left(\frac{0,773}{0,227}\right)^2 (R_{99} - R_{98}) = \dots = \left(\frac{0,773}{0,227}\right)^{100} (R_1 - R_0) \quad (8)$$

$$\cong (3,405)^{100} R_1 \quad (9)$$

Daí,  $R_{101} = R_{100} + (3,405)^{100} R_1$ , seguindo este padrão de recorrência,

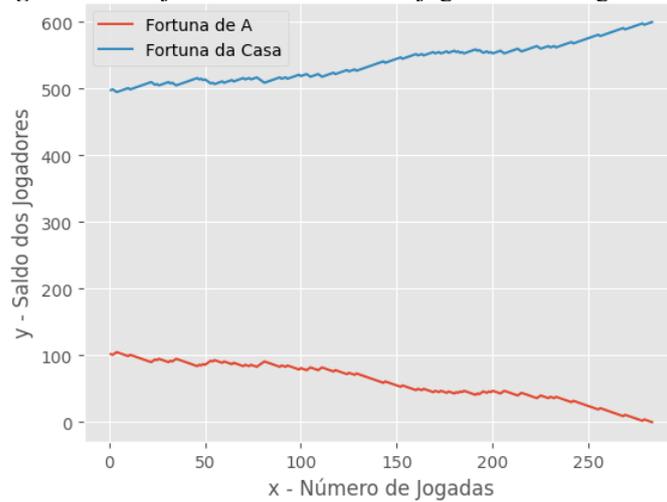
$$R_{100} = R_1(1 + (3,405) + (3,405)^2 + \dots + (3,405)^{99}) = \left(\frac{1-(3,405)^{100}}{-2,405}\right) R_1 \quad (10)$$

E generalizando,

$$R_n = \left(\frac{1-(3,405)^n}{-2,405}\right) R_1 \quad (11)$$

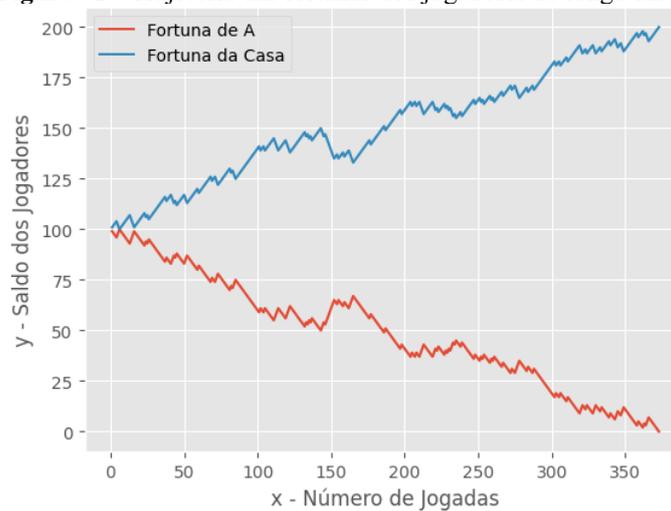
Como sabemos que  $R_{1000} = 1$ , podemos estipular o valor de  $R_1$  por (11). Neste caso,  $R_1$  se torna tão próximo de zero quanto possível e, inevitavelmente,  $R_{100}$  tende a zero. O mesmo modelo foi reproduzido com as probabilidades no python, em duas situações: com a banca tendo R\$500,00 e o jogador com R\$100, e com jogador e banca tendo a mesma quantia. Os gráficos gerados seguem abaixo:

**Figura 01** - Trajetória das fortunas dos jogadores ao longo das partidas.



**Fonte:** Própria (2024).

**Figura 02** - Trajetória das fortunas dos jogadores ao longo das partidas.



**Fonte:** Própria (2024).

É notória em ambos os casos, que o jogador inevitavelmente irá perder. Destacamos em especial no segundo gráfico, a ocorrência de picos positivos, dando a sensação de bug no jogo, mas a continuação do mesmo mostra que após mais algumas jogadas, o valor é perdido.

## CONCLUSÕES

Conforme exposto, matematicamente é inviável obter lucro, via jogos de aposta, em especial, nos jogos estilo Fortune Tiger. Por mais que seu índice de retorno ao jogador seja alto, na prática, quanto mais o jogador aplicar, mais rápido será a sua ruína. Vitórias existem no processo, mas não geram lucro que cubra a curto prazo o valor perdido.

Este fato é importante, pois quebra alguns paradigmas que comumente são espalhados. Cabe destacar aqui algumas fake news como inteligências artificiais que dão o momento de vitória, ou grupos que divulgam horários que o jogo está tendo maior índice de vitórias, ou

contagem de apostas baixas e altas. São um conjunto de falácias que seduzem o apostador.

O resultado gera levanta algumas questões éticas para pesquisa futura como neuromarketing e a influência dos anúncios sobre o apostador. A título de exemplo, existem opções de bloqueio de pornografia, que gera vício, mas temos até atletas olímpicos divulgando bets em rede aberta na televisão. A responsabilidade social também se faz necessária aqui, e neste sentido, parecemos caminhar em sentido contrário à ações de prevenção ao vício.

A pesquisa entretanto é limitada em sua análise, pois existem alguns fatores que não podem ser mensurados nos cálculos como por exemplo, o fato de em situações aleatórias o jogo multiplica os ganhos por valores aleatórios, ou fato de símbolos diferentes gerarem ganhos diferentes, e não encontramos nenhum manual a explicar como estas coisas sucedem.

Por fim, destacamos que o professor de posse de ferramentas da educação básica como matrizes e probabilidades pode promover esta discussão em sala de aula, aproximando o aluno da modelagem matemática e desenvolvimento do pensamento crítico através da ciência.

## REFERÊNCIAS

Academia Lab. **Andrey Markov**. *Academia Lab*. Disponível em: <https://academia-lab.com/enciclop%C3%A9dia/andrey-markov/>. Acesso em: 15 out. 2024.

AMERICAN PSYCHIATRIC ASSOCIATION – APA. **Manual diagnóstico e estatístico de transtornos mentais: DSM-5-TR**. 5. ed. Porto Alegre, RS: Artmed, 2014.

ANDRADE, R. T. B. **A probabilidade aplicada aos jogos de azar**. 2017, 69 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa. 2017. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/tede/9474>. Acesso em: 25 set. 2024

ANTUNES, J, V. C. **A responsabilidade civil dos influenciadores digitais no universo dos jogos de azar em plataformas online**. 2024. p.1-18. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Direito) – FAMINAS, Belo Horizonte, 2024. Disponível em <https://bibliotecadigital.faminas.edu.br/jspui/handle/10.31.16.45/489>. Acesso em: 26 set. 2024.

ASCHER, Abraham. **The Revolution of 1905**. Stanford, Calif.: Stanford University Press, 1988. p. 91.

BOLDRINI, José Luiz; et. al. **Álgebra Linear**. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1980.

BRASIL. **Decreto-Lei n.º 3.688 de 3 de outubro de 1941. Lei das Contravenções Penais**. Não paginado. Disponível em: [https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/decreto-lei/del3688.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto-lei/del3688.htm). Acesso em: 26 set. 2024.

CARVALHO, S. V. B.; COLLAKIS, S. T.; OLIVEIRA, M. P. M. T.; SILVEIRA, D. X. **Frequência de jogo patológico entre farmacodependentes em tratamento.** Revista de Saúde Pública, São Paulo, v. 39, n. 2, p. 217–222, 2005. DOI: 10.1590/S0034-89102005000200012. Disponível em: <https://www.revistas.usp.br/rsp/article/view/31856>. Acesso em: 27 set. 2024.

DUARTE, D. **Loterias no Brasil : legalidade e ilegalidade.** Revista Esmafe: Escola de Magistratura Federal da 5ª Região. Recife. n. 10, p. 189-211, dez. 2006. Disponível em: <https://bdjur.stj.jus.br/dspace/handle/2011/27741>. Acesso em: 27 set. 2024.

GOLMANAKI, Ali.; et. al. **Cadeias de Markov.** In: VII Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, 2014, Alagoas . 2021. Disponível em: <https://im.ufal.br/evento/bsbm/download/minicurso/cadeias.pdf>. Acesso em: 16 out. 2024.

GUSMÃO, R, A, V. **Sistema de predição de escanteios asiáticos utilizando redes neurais artificiais.** 2024, 40 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Sistemas de Informação) – Instituto Federal do Espírito Santo, Serra, 2024. Disponível em: <https://repositorio.ifes.edu.br/handle/123456789/4527>. Acesso em: 28 set. 2024.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto Cesar. *A Matemática do Ensino Médio – Volume 2.* 3. ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

MENEZES, M. E. S. **Apostas esportivas on-line: regulamentação e tributação.** 2023. 28f. Trabalho de Conclusão de Curso ( Bacharelado em Direito) – Centro Universitário do Planalto Central Aparecido dos Santos, Uniceplac. Gama – DF, 2023. Disponível em: <https://dspace.uniceplac.edu.br/handle/123456789/2681>. Acesso em: 30 set. 2024.

O'CONNOR, John J.; Robertson, Edmund F. **Andrey Andreyevich Markov.** *MacTutor History of Mathematics Archive.* Disponível em: <https://mathshistory.st-andrews.ac.uk/Biographies/Markov/>. Acesso em: 15 out. 2024.

OMAIS, S. **Jogos de azar: análise do impacto psíquico e sociofamiliar do jogo patológico a partir das vivências do jogador.** Rio de Janeiro. Juruá Editora, 2009.

RODRIGUES, M.; VIANA, H. **Apostas online: governo analisa dados e pode proibir o uso do cartão do Bolsa Família para bets.** G1. Brasília, set. 2024. Disponível em <https://g1.globo.com/economia/noticia/2024/09/27/apostas-online-governo-analisa-dados-e-pode-proibir-o-uso-do-cartao-do-bolsa-familia-para-bets.ghtml>. Acesso em: 4 out. 2024.

ROESCH, Sylvia Maria Azevedo. **Projeto de estágio do curso de Administração: guia para pesquisa, projeto, estágios e trabalho de conclusão de curso.** São Paulo: Atlas, 1999

SANTOS, Cristina Aparecida dos. **Cadeias de Markov: uma conexão para conceitos de matrizes, probabilidades e grafos no ensino médio.** 2022. 86 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Federal de Mato Grosso, Pontal do Araguaia, 2022. Disponível em: [https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt\\_tcc.php?id1=6664&id2=171054103](https://sca.profmatt-sbm.org.br/profmatt_tcc.php?id1=6664&id2=171054103). Acesso em: 16 out. 2024.

TEORIA E REVOLUÇÃO. **Os bolcheviques e o movimento estudantil.** *Teoria e Revolução*. Disponível em: <https://teoriaerevolucao.pstu.org.br/os-bolcheviques-e-o-movimento-estudantil/>. Acesso em: 15 out. 2024.

ZANELLA, Liane Carly Hermes. **Metodologia da pesquisa**. Florianópolis: SEaD/UFSC, 2006, 144p.

Submetido em: 19/10/2024

Aceito em: 29/11/2024

Publicado em: 30/04/2025

Avaliado pelo sistema *double blind review*